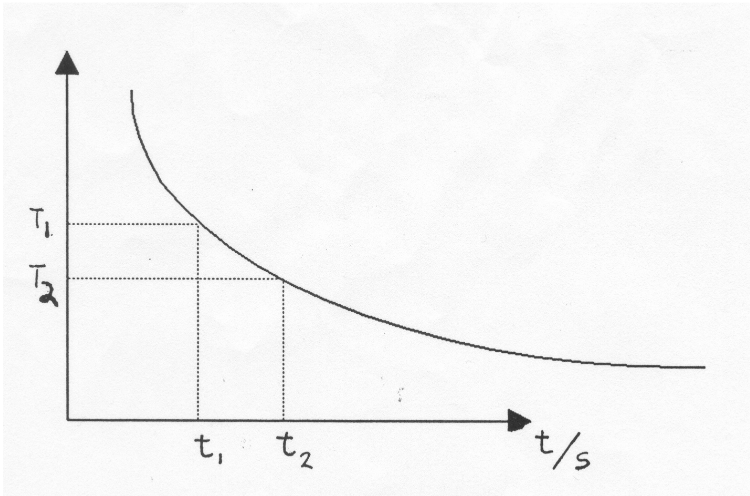
Afkølingskurver

Ni[1]

En afkølingskurve er en graf over temperaturen som funktion af tiden; den kan typisk se ud som vist på figuren nedenfor. Vi kan tænke på temperaturen af kaffen i en termokande. Temperaturen aftager hurtigt i starten, hvor forskellen mellem kaffens- og omgivelsernes temperatur er stor. Den afgivne effekt er stor og temperaturen falder hurtigt. I praksis er man ofte interesseret i at bestemmme P_{tab} - energistrømmen til omgivelserne. P_{tab} er ofte en væsentlig fejlkilde ved et fysik-eksperiment, men kan også være interessant i sig selv ved undersøgelse af varmeisolering af bygninger og lignende.



I det følgende betegner vi den afgivne energi fra systemet med ΔE, systemets specifikke varmekapacitet - c, og systemets masse - m.

$$\Delta E = P_{tab} \cdot \Delta t$$

$$\Updownarrow$$

$$m \cdot c \cdot \Delta T = P_{tab} \cdot \Delta t$$

$$\Updownarrow$$

$$P_{tab} = m \cdot c \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} = m \cdot c \cdot \frac{T_2 - T_1}{t_2 - t_1} = m \cdot c \cdot \alpha \;, \qquad \alpha = \frac{T_2 - T_1}{t_2 - t_1}$$

Vi kan således bestemme P_{tab} ud fra afkølingskurvens sekanthældning. α, når varmekapaciteten er kendt.

[1] Datadrev\Fysik\Termodynamik\Afkølingskurve 100111.wpd

Varmeledning

Vi betragter nu en simpel model, hvor et system med temperaturen - T udveksler energi med omgivelser, der har temperaturen - T_{omg} ; gennem en flade med areal - A. Materialet gennem hvilket energien transporteres har tykkelsen - d, og vi definerer: $\tau \equiv T - T_{omg}$.

Effekten P, der transporteres gennem grænsefladen ved varmeledning er givet ved:

$$\boxed{P = \lambda \cdot A \cdot \frac{\tau}{d}}$$

hvor λ er varmeledningsevnen. Formlen udtrykker, at den transporterede effekt er proportional med arealet og temperaturgradienten - det vil sige temperaturstigningen pr meter gennem materialet. Proportionalitetsfaktoren er benævnt λ.

Kombineres varmeledningsligningen ovenfor med effektformlen fra forgående side, får vi:

$$c \cdot m \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{\tau}{d}$$

Men der gælder:

$$\Delta \tau = (T_1 - T_{omg}) - (T_2 - T_{omg}) = \Delta T$$

i alt fås nu:

$$c \cdot m \cdot \frac{\Delta \tau}{\Delta t} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{\tau}{d}$$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{\Delta \tau}{\Delta t} = -\frac{\lambda \cdot A}{c \cdot m \cdot d} \cdot \tau$$

I grænsen: $\Delta t \rightarrow 0$ får vi differentialligningen:

$$\boxed{\frac{d\tau}{dt} = -k \cdot \tau \quad , k = \frac{\lambda \cdot A}{m \cdot c \cdot d}}$$

Funktionen τ(t) - det vil sige temperaturforskellen som funktion af tiden, skal altså gå over i sig selv gange en konstant ved differentiation. Det er en eksponentialfunktion.

$$\boxed{\tau(t) = \tau_0 \cdot e^{-kt} \quad , \quad \tau_0 = \tau(0)}$$

Under de givne antagelser vil temperaturforskellen altså falde eksponentielt med tiden.